

LBRIS

We know
books

Ioan Balica
Paula Balica
Marius Perianu
Liviu Stroie

Matematică

caiet pentru vacanța de vară

Clasa a VII-a



I Numere reale

I.1	Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect	5
I.2	Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv	6
I.3	Mulțimea numerelor reale. Modulul unui număr real. Compararea numerelor reale	10
I.4	Reguli de calcul cu radicali	12
I.5	Operații cu numere reale	15
I.6	Raționalizarea numitorilor	22
I.7	Media aritmetică ponderată. Media geometrică	26
I.8	Ecuția de forma $x^2 = a$, unde a este număr real	29

II Ecuții și sisteme de ecuații liniare

II.1	Ecuții de gradul I cu o necunoscută	35
II.2	Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute	43
II.3	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații liniare	52

III Elemente de organizare a datelor

III.1	Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte în plan	63
III.2	Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice	70

IV Patrulatere

IV.1	Patrulater convex. Paralelogramul. Linia mijlocie în triunghi	74
IV.2	Paralelograme particulare: dreptunghiul, romb, pătratul	80
IV.3	Trapezul	88
IV.4	Ariile figurilor geometrice	95

V Cercul

V.1	Coarde și arce de cerc	110
V.2	Unghi, triunghi și patrulater înscrise în cerc	117
V.3	Tangente duse dintr-un punct exterior la un cerc	125
V.4	Lungimea cercului și aria discului	130

VI Asemănarea triunghiurilor

VI.1	Segmente proporționale. Teorema lui Thales	135
VI.2	Triunghiuri asemenea. Teorema fundamentală a asemănării	143
VI.3	Criterii de asemănare a triunghiurilor	151

VII Relații metrice în triunghiul dreptunghic

VII.1	Teorema înălțimii. Teorema catetei. Teorema lui Pitagora	159
VII.2	Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic	165
VII.3	Rezolvarea triunghiului dreptunghic	173
VII.4	Calculul elementelor în poligoane regulate	180
VII.5	Ariile poligoanelor studiate	184

Testul 1	190
Testul 2	192
Testul 3	194
Testul 4	196
Testul 5	198

Competențe

- Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
 - Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui $\mathbb{R}$
 - Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare
 - Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame
 - Identificarea patruleterelor particulare în configurații geometrice date
 - Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date
 - Identificarea triunghiurilor asemenea în configurații geometrice date
 - Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată
- Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
 - Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale
 - Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare
 - Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora
 - Descrierea patruleterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date
 - Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc
 - Stabilirea relației de asemănare între triunghiuri
 - Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia
- Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
 - Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
 - Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare
 - Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora
 - Utilizarea proprietăților patruleterelor în rezolvarea unor probleme
 - Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme
 - Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii
 - Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic
- Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
 - Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
 - Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare
 - Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor
 - Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patruletere
 - Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic
 - Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unor figuri geometrice folosind asemănarea
 - Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic
- Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
 - Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
 - Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare
 - Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor
 - Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii
 - Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice
 - Interpretarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice
 - Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic
- Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii
 - Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale
 - Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare
 - Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic)
 - Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patruletere
 - Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri
 - Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând asemănarea triunghiurilor
 - Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic

PRIS | We know books

[illegible][illegible]

3 Calculati, conform modelului:

$$\text{a } \sqrt{\frac{9}{25}} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{3}{5};$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} =$$

c $\sqrt{\frac{36}{49}} =$;

d $\sqrt{\frac{1}{100}} =$;

$$e \sqrt{\frac{121}{81}} = ;$$

$$f \quad \sqrt{\frac{225}{144}} = .$$

Rezolvare:

4 Calculati, conform modelului:

a $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3};$

b $\sqrt{2\frac{1}{4}} =$;

c $\sqrt{2\frac{14}{25}} =$;

d $\sqrt{1\frac{11}{25}} =$;

e $\sqrt{3\frac{6}{25}} =$;

$$f \quad \sqrt{4\frac{13}{36}} = .$$

Rezolvare:

5 Calculati, conform modelului:

a $\sqrt{0,09} = \sqrt{(0,3)^2} = 0,3;$

b $\sqrt{0,25} = ;$

c $\sqrt{0,81} =$;

d $\sqrt{2,56} =$;

e $\sqrt{6,76} =$;

f $\sqrt{0,0225} = .$

Rezolvare:

6 Calculați rădăcina pătrată a numărului $a = 2 \cdot \left(\frac{3^2 + 4^2}{5^2} + \frac{25^2 - 15^2}{20^2} \right)$.

Rezolvare:

7 Arătați că numărul b este natural, unde $b = \sqrt{\frac{36}{25}} + \sqrt{0,64} + \sqrt{1,44} + 2 \cdot \sqrt{3,61}$.

Rezolvare:

8 Folosind eventual minicalculatorul, efectuați:

c $\sqrt{17,2225} = \dots\dots\dots$

9 Calculați:

$$d = \sqrt{\frac{5^2 + 12^2}{25^2 - 15^2}}$$

Rezolvare:

10 Efectuați:

$$\text{d } (5 \cdot \sqrt{225} - 7 \cdot \sqrt{36}) : \sqrt{121}.$$

Rezolvare:

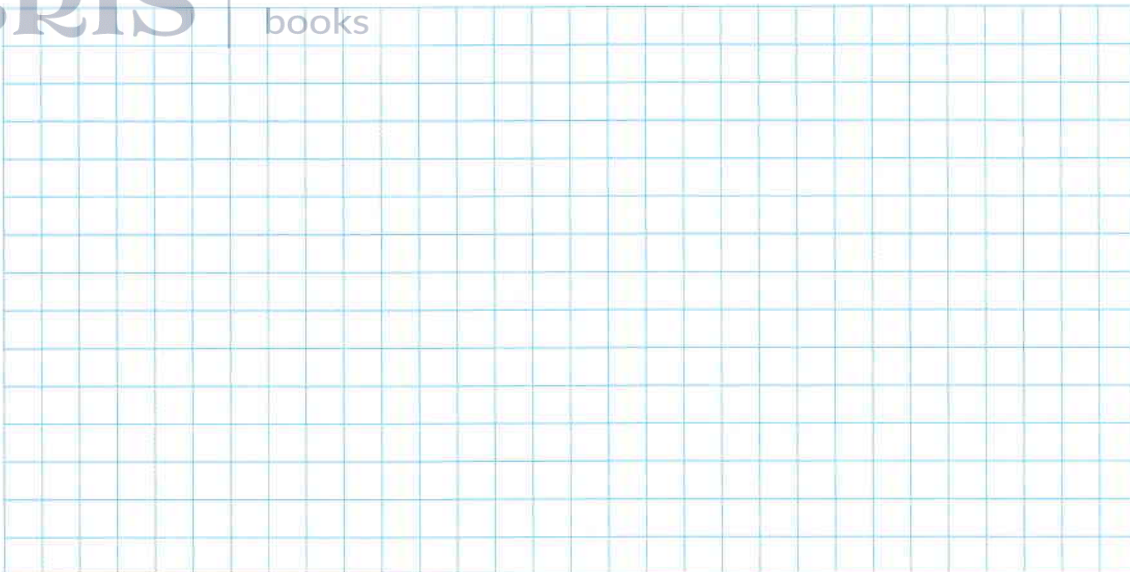
11 Calcolati:

d $\sqrt{64} + \sqrt{4 \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{729}}}$

Rezolvare:

12 Calculați:

$$d \quad \frac{10}{3} \cdot \sqrt{12,96} - 5\frac{1}{3} : \sqrt{2,56} + 1,2 \cdot \sqrt{25}.$$

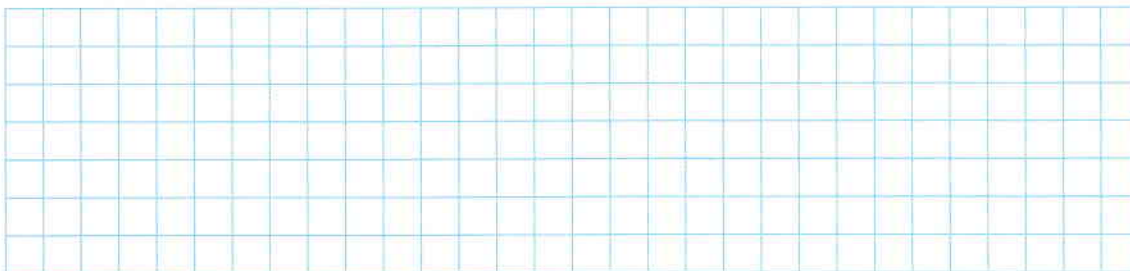


13 Aflați numerele raționale x care verifică egalitățile:

a $\frac{\sqrt{144} - \sqrt{81}}{x} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{900} + \sqrt{25}};$

b $\frac{\sqrt{32 + \sqrt{1024}}}{\sqrt{135 - \sqrt{1225}}} = \frac{2x}{\sqrt{270 - \sqrt{2025}}}.$

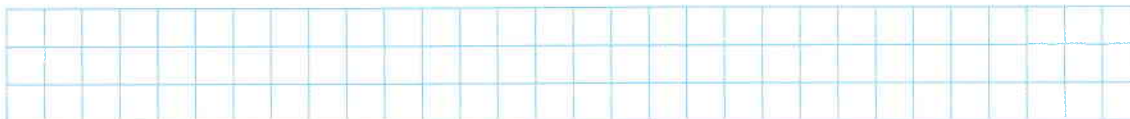
Rezolvare:



14 Arătați că numărul x este număr natural pătrat perfect, unde

$$x = 25 \cdot \left[\sqrt{4 \cdot 0, (4)} + \sqrt{40 \cdot 0, 0(4)} + \sqrt{400 \cdot 0, 00(4)} \right].$$

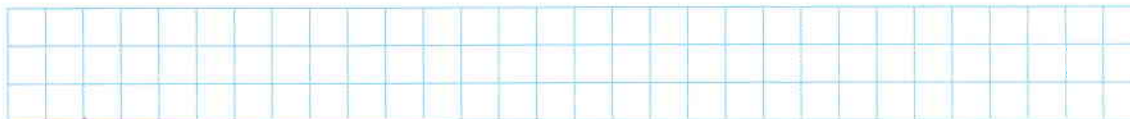
Rezolvare:



15 Arătați că x este număr rațional:

$$x = \sqrt{\frac{1}{94} \cdot \left[\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{24 \cdot 25} \right) - \left(\frac{1}{25 \cdot 26} + \frac{1}{26 \cdot 27} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50} \right) \right]}.$$

Rezolvare:



16 Determinați cifrele nenule și distincte a și b , pentru care numărul $\sqrt{1,(a)+2,(b)}$ este rațional.

books

I.3 Mulțimea numerelor reale. Modulul unui număr real. Compararea numerelor reale

1 Scrieți în dreptul fiecărei propoziții de mai jos **A**, dacă propoziția este adevărată, respectiv **F**, dacă propoziția este falsă:

- a** 2 este număr natural.
- b** -8 este număr întreg.
- c** 0 este număr întreg negativ.
- d** 0,5 este număr întreg.
- e** 2,(8) este număr rațional.
- f** $\sqrt{2}$ este număr irațional.

2 Stabiliți care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care false:

- a** $2 \in \mathbb{Z} \dots$; **b** $2,5 \in \mathbb{N} \dots$; **c** $2,5 \in \mathbb{Q} \dots$; **d** $-3 \in \mathbb{Q} \dots$;
e $0 \in \mathbb{R} \dots$; **f** $\frac{3}{4} \notin \mathbb{Z} \dots$; **g** $-\frac{1}{2} \notin \mathbb{R} \dots$; **h** $0,(3) \in \mathbb{Z} \dots$.

3 a Dati trei exemple de numere întregi care să nu fie naturale.

Rezolvare:

b Dati trei exemple de numere rationale care să nu fie întregi.

Rezolvare:

c Dati trei exemple de numere irrationale.

Rezolvare:

d Dati trei exemple de numere reale.

Rezolvare:

e Dati trei exemple de numere reale care să nu fie rationale.

Rezolvare:

4 Fie numerele: -6 ; $-\sqrt{5}$; -1 ; $-2,5$; 0 ; $\frac{2}{3}$; $\sqrt{2}$; $2,2(5)$; $\sqrt{9}$; π . Dintre acestea sunt:

- a numere naturale:
- b numere negative:
- c numere întregi negative:
- d numere reale:
- e numere raționale:
- f numere iraționale:

5 Arătați că următoarele numere sunt rationale:

- a** $\sqrt{\frac{81}{49}} = \dots\dots\dots$; **b** $\sqrt{7,(1)} = \sqrt{7\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3} \in \mathbb{Q}$;
- c** $\sqrt{2,25} = \dots\dots\dots$; **d** $\sqrt{0,(11)} = \dots\dots\dots$;
- e** $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \dots\dots\dots$; **f** $\sqrt{1,36(1)} = \dots\dots\dots$;

6 Stabiliți care dintre numerele următoare sunt raționale și care sunt iraționale:

a $\sqrt{12^2}$; b $\sqrt{4^3}$; c $\sqrt{3^2 \cdot 5}$; d $\sqrt{12^2 + 16^2}$; e $\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^4}$; f $\sqrt{0, (2) \cdot 2}$.

Rezolvare:

- a
b
c Știm că $\sqrt{a}$ este număr irațional dacă a este pătratul unui număr rațional. Cum $\sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}$, iar 45 nu este pătrat perfect, rezultă că numărul $\sqrt{3^2 \cdot 5}$ este irațional.
d
e
f

7 Se consideră mulțimea $A = \left\{ -\frac{3}{5}; \sqrt{36}; \frac{15}{3}; 6,1; 3\sqrt{2}; \frac{1}{3}; \sqrt{1}; \sqrt{2} \right\}$.

Scrieți elementele mulțimilor:

$A \cap \mathbb{N} = \{ \dots \};$ $A \cap \mathbb{Z} = \{ \dots \};$
 $A \cap \mathbb{Z} = \{ \dots \};$ $A \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) = \{ \dots \};$
 $A \cap \mathbb{R} = \{ \dots \};$ $A \cap \mathbb{N} = \{ \dots \}.$

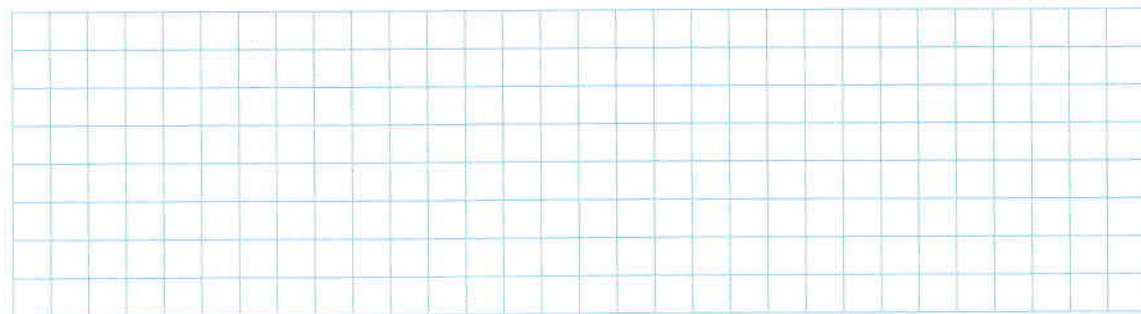
8 Calculați:

a $|4| = \dots$; b $|-7| = \dots$; c $|1,3| = \dots$; d $|-2,5| = \dots$;
e $\left| \frac{3}{2} \right| = \dots$; f $\left| -\frac{7}{11} \right| = \dots$; g $|3,(3)| = \dots$; h $|-5,12(45)| = \dots$;
i $|\sqrt{2}| = \dots$; j $|\sqrt{10}| = \dots$; k $\left| -\frac{\sqrt{2}}{6} \right| = \dots$; l $\left| -\sqrt{\frac{7}{15}} \right| = \dots$.

9 Calculați:

a $|\sqrt{2} - 2|$; b $|3 - \sqrt{2}|$; c $|\sqrt{2} + 5|$; d $|-6 + \sqrt{45}|$.

Rezolvare:



10 Încadrați fiecare dintre numerele următoare între două numere întregi consecutive, conform modelului:

a $1 < \sqrt{2} < 2$; b $\dots < -2,5 < \dots$; c $\dots < \sqrt{5} < \dots$;
d $\dots < -7,3 < \dots$; e $\dots < 0,2 < \dots$; f $\dots < 2\sqrt{2} < \dots$.

11 Completați cu unul dintre semnele "<",">" sau "=":

a 2 5; b 3,9 4,5; c -5 0; d 6,9 6,75;
e 0,(2) 0,(21); e 0,5 $\frac{1}{2}$; f $\sqrt{5}$ $2\sqrt{6}$; g $\sqrt{3}$ 1,73.

books

- b** Dați două exemple de numere iraționale cuprinse între 5 și 6.

.....

- 13** Considerăm mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{30}\}$.

- a** Stabiliți câte numere raționale și câte numere irrationale conține mulțimea A.

• • • • •

- b** Calculați suma numerelor rationale din mulțimea A .

.....

- c** Scrieți un număr din multimea A , mai mare decât 2.

.....

- 14** Determinați elementele următoarelor mulțimi:

a $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 1\}$;

b $B = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{2} < x < \sqrt{10}\};$

b $C = \{x \in \mathbb{N} \mid |x+1| = 3\}$;

b $C = \{x \in \mathbb{N} \mid |x+1| = 3\};$ **d** $D = \{x \in \mathbb{R} \mid |x+1| = \sqrt{2}\}.$

Rezolvare:

- 15** Arătați că numărul $a = \sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 99 + 2}$ este irațional.

Rezolvare:

I.4 Reguli de calcul cu radicali

- 1** Calculați, conform modelului:

a $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$;

b $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} =$;

c $\sqrt{11} \cdot \sqrt{7} =$;

d $\sqrt{5} \cdot \sqrt{11} = :$

$$e \sqrt{5} \cdot \sqrt{0.8} =$$

f $\sqrt{0,25} \cdot \sqrt{4} = ;$

Ex. $\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{6} = ;$

h

$$-\sqrt{6} \cdot \sqrt{\frac{25}{6}} = ;$$

f $\sqrt{0,25} \cdot \sqrt{4} =$; g $\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{6} =$; h $-\sqrt{6} \cdot \sqrt{\frac{25}{6}} =$; i $\sqrt{\frac{7}{9}} \cdot \sqrt{\frac{64}{7}} =$.